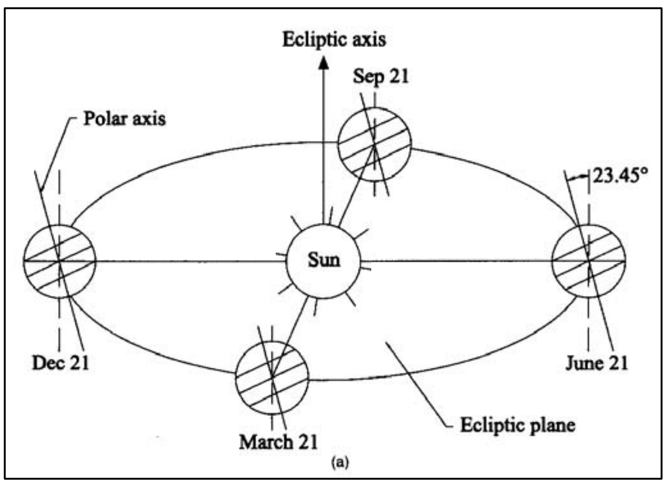
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

RECURSOS ENERGÉTICOS RENOVÁVEIS

Energia Solar

Movimento e posicionamento relativos Terra-Sol



António F. O. Falcão

2008

ENERGIA SOLAR

Movimento e posicionamento relativos Terra-Sol

A **Terra** tem um movimento em torno do **Sol** com órbita elíptica (a **eclíptica**)

- Distância mínima (**periélio**, em 2-3 de Janeiro): $147{,}1\times10^6$ km.
- Distância máxima (**afélio**, em 1-2 de Julho): $152{,}1\times10^6$ km.
- Distância média: $149{,}6\times10^6$ km.
- Duração duma rotação: 365 dias 5 horas 48 min 46s.

A Terra tem um movimento de **rotação** em torno do seu próprio **eixo**.

- O eixo mantém-se paralelo a si próprio durante a translação da Terra.
- O eixo faz um ângulo de 23,45° (23° 27') com a direcção normal ao plano da eclíptica (é também o ângulo do plano do equador com o plano da eclíptica).
- Esta inclinação é responsável pelas variações sazonais ("verão-inverno") da energia solar que incide sobre a superfície da Terra (em especial nas zonas afastadas do equador) (Fig. 1).

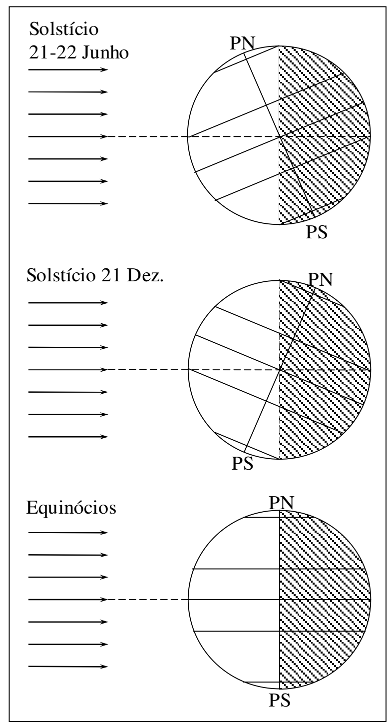


Figura 1

<u>**Declinação solar**</u> δ_s (varia ao longo do ano): ângulo entre o plano do equador e a recta definida pelos centros da Terra e do Sol.

- A declinação solar δ_s varia entre $-23{,}45°$ no **solstício** do Inverno (21 de Dezembro) e $+23{,}45°$ no **solstício** do Verão (21 ou 22 de Junho).
- A declinação solar δ_s é nula dos **equinócios** (da Primavera 20 ou 21 de Março, e do Outono 21 de Setembro) (duração do dia = duração da noite).
- Em cada dia, a declinação solar ($-23{,}45° \le \delta_s \le 23{,}45°$) tem valor igual ao da latitude para a qual o Sol está na vertical ao meio dia solar local.
- Os trópicos de Cancer, $23{,}45°$ N, e de Capricórnio, $23{,}45°$ S, limitam as latitudes em que o Sol passa pela vertical pelo menos uma vez por ano.
- Acima das latitudes dos Círculos Polares Árctico ($66{,}55°$ N) e Antárctico ($66{,}55°$ S), o Sol não nasce pelo menos uma vez por ano.
- A seguinte expressão aproximada dá-nos a declinação solar em cada dia do ano[1]:

[1] De facto, por o ano solar ter um pouco mais do que 365 dias (cerca de 365,25 dias), a declinação solar num determinado dia dum dado mês varia ligeiramente de ano para ano, pelo que a equação (1) é apenas aproximada.

$$\sin\delta_s \cong \sin 23{,}45° \sin[360(284+n)/365]°, \quad (1)$$

sendo n o número do dia do ano ($n=1$ no dia 1 de Janeiro). Por exemplo, para o dia 1 de Março, é $n=60$ e $\delta_s = -8{,}1°$. A tabela anexa dá a declinação solar δ_s ao longo ao ano, com intervalos de 4 dias.

Nos estudos sobre Energia Solar é conveniente adoptar como referencial o da Terra, o que equivale a admitir que o Sol roda à volta da Terra (Figura 2).

A posição do Sol num determinado instante e em relação a um determinado local é definida por duas coordenadas:

- o **ângulo de altitude solar** α, formado pelos raios solares[2] com o plano horizontal;
- o **ângulo de azimute solar** a_s entre a projecção horizontal dos raios solares e a direcção Norte-Sul no plano horizontal. É positivo se o Sol estiver a Oeste do Sul, e negativo de estiver a Este do Sul.

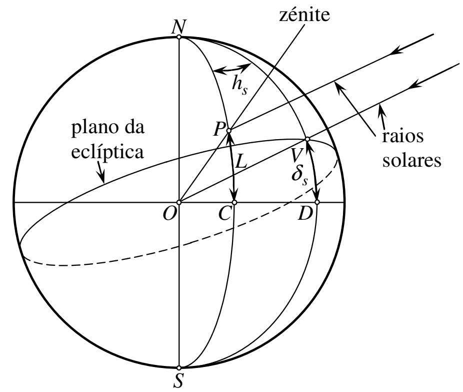


Figura 2. Definição de ângulo horário solar h_s (*CND*), declinação solar δ_s (*VOD*), e latitude *L* (*POC*). *P* é o ponto de localização do observador.

- Define-se ainda o **ângulo de zénite solar** como sendo $z = 90° - \alpha$: é o ângulo entre os raios solares e a direcção vertical[3].

Os ângulos de altura solar α e de azimute solar a_s podem ser expressos em função dos ângulos fundamentais:

- **Ângulo horário solar** (em graus): $h_s = 15° \times$(tempo, em horas, desde o meio dia solar). É $h_s < 0$ de manhã (antes do meio dia solar) e $h_s > 0$ de tarde (depois do meio dia solar). Depende do local e do instante considerados.
- **Latitude** *L* (depende do local).
- **Declinação solar** δ_s (depende do dia do ano).

Hora e ângulo solares

A hora legal (nos relógios) de inverno, t_{legal}, no continente português, é dada pela hora no meridiano de Greenwich (Londres) (longitude $l_{\text{Greenwich}} = 0$). A hora solar local t_s é portanto $t_s = t_{\text{legal}} - l/15$ (horas), sendo t_s e t_{legal} em horas e a longitude l em graus. Para Lisboa, tem-se $l = 9{,}1°\,\text{W}$ e $t_s = t_{\text{legal}} - 0{,}61$ (horas). Durante o período de hora legal de verão (hora nos relógios), é $t_s = t_{\text{legal}} - 1 - l/15$ (horas).

Para ter em conta o facto de que a velocidade da Terra em torno do Sol não é constante (a órbita não é circular), há que introduzir uma correcção *ET* (*equation of time*) dada aproximadamente por

[2] Admitimos aqui que os raios solares provêm do centro do Sol.
[3] O **zénite** é o ponto da esfera celeste na vertical do observador.

		Declination		Equation of Time				Declination		Equation of Time	
Date		Deg	Min	Min	Sec	Date		Deg	Min	Min	Sec
Jan.	1	−23	4	−3	14	Feb.	1	−17	19	−13	34
	5	22	42	5	6		5	16	10	14	2
	9	22	13	6	50		9	14	55	14	17
	13	21	37	8	27		13	13	37	14	20
	17	20	54	9	54		17	12	15	14	10
	21	20	5	11	10		21	10	50	13	50
	25	19	9	12	14		25	9	23	13	19
	29	18	9	13	5						
Mar.	1	−7	53	−12	38	Apr.	1	+4	14	−4	12
	5	6	21	11	48		5	5	46	3	1
	9	5	48	10	51		9	7	17	1	52
	13	3	14	9	49		13	8	46	−0	47
	17	1	39	8	42		17	10	12	+0	13
	21	−0	5	7	32		21	11	35	1	6
	25	+1	30	6	20		25	12	56	1	53
	29	3	4	5	7		29	14	13	2	33
May	1	+14	50	+2	50	June	1	+21	57	2	27
	5	16	2	3	17		5	22	28	1	49
	9	17	9	3	35		9	22	52	1	6
	13	18	11	3	44		13	23	10	+0	18
	17	19	9	3	44		17	23	22	−0	33
	21	20	2	3	24		21	23	27	1	25
	25	20	49	3	16		25	23	25	2	17
	29	21	30	2	51		29	23	17	3	7
July	1	+23	10	−3	31	Aug.	1	+18	14	−6	17
	5	22	52	4	16		5	17	12	5	59
	9	22	28	4	56		9	16	6	5	33
	13	21	57	5	30		13	14	55	4	57
	17	21	21	5	57		17	13	41	4	12
	21	20	38	6	15		21	12	23	3	19
	25	19	50	6	24		25	11	2	2	18
	29	18	57	6	23		29	9	39	1	10
Sep.	1	+8	35	−0	15	Oct.	1	−2	53	+10	1
	5	7	7	+1	2		5	4	26	11	17
	9	5	37	2	22		9	5	58	12	27
	13	4	6	3	45		13	7	29	13	30
	17	2	34	5	10		17	8	58	14	25
	21	1	1	6	35		21	10	25	15	10
	25	0	32	8	0		25	11	50	15	46
	29	2	6	9	22		29	13	12	16	10
Nov.	1	−14	11	+16	21	Dec.	1	−21	41	11	16
	5	15	27	16	23		5	22	16	9	43
	9	16	38	16	12		9	22	45	8	1
	13	17	45	15	47		13	23	6	6	12
	17	18	48	15	10		17	23	20	4	47
	21	19	45	14	18		21	23	26	2	19
	25	20	36	13	15		25	23	25	+0	20
	29	21	21	11	59		29	23	17	−1	39

$$ET = 9{,}87\sin 2B - 7{,}53\cos B - 1{,}5\sin B \quad \text{(em minutos)}, \tag{2a}$$

$$\text{ou} \quad ET = (9{,}87\sin 2B - 7{,}53\cos B - 1{,}5\sin B)/60 \quad \text{(em horas)}, \tag{2b}$$

$$\text{com} \quad B = 360(n-81)/364 \quad \text{(em graus)}. \tag{2c}$$

A correcção ET (*equation of time*) pode ser também obtida na tabela anexa.

Ficamos então, para o continente português, com

$$t_s = t_{\text{legal}} + ET - \frac{l}{15} \text{ (hora de inverno)}, \; t_s = t_{\text{legal}} - 1 + ET - \frac{l}{15} \text{ (hora de verão)}. \tag{3}$$

Podemos então escrever $h_s = 15° \times (t_s - 12)$ (em graus), com $0 \le t_s \le 24$ h para a hora solar.

A partir de relações trigonométricas, obtém-se

$$\sin\alpha = \sin L \sin\delta_s + \cos L \cos\delta_s \cos h_s, \tag{4}$$

$$\sin a_s = \frac{\cos\delta_s \sin h_s}{\cos\alpha}, \tag{5}$$

sendo L a latitude.

Ao meio dia solar, é $t_s = 12$ h, $h_s = 0$ e portanto $a_s = 0$ e $\alpha = 90° - |L - \delta_s|$.

Para um dado dia do ano e um dado local, é fácil obter as horas (solares) e os correspondentes ângulos horários solares, do **nascer do sol**, $h_{s,\text{nascer}}$, e do **pôr do sol**, $h_{s,\text{pôr}}$, para o que basta tomar $\alpha = 0$ na equação (4), donde resulta

$$h_{s,\text{pôr}}, h_{s,\text{nascer}} = \pm\arccos(-\tan L \tan\delta_s). \tag{6}$$

Note-se que a Eq. (6) é baseada na suposição de que o Sol nasce ou põe-se quando o seu centro está no horizonte. De facto, a definição habitual é quando a parte superior do disco solar está no horizonte. Como o raio do disco solar (tal como é visível da Terra) corresponde a um ângulo de $16'$, deveria ter-se tomado $\alpha = -16' = -0{,}27°$ em vez de $\alpha = 0$. Por outro lado, devido a fenómenos de refracção na atmosfera terrestre para baixos ângulos de altitude solar, o Sol aparece no horizonte quando de facto está $34'$ abaixo do horizonte. Por isso, o nascer do sol e o pôr do sol aparentes correspondem a $\alpha = -50' = -0{,}83°$ (ver Exercício 1 abaixo).

Exercício 1

Determine o ângulo de altitude solar α e o ângulo de azimute solar a_s na cidade de Beja no dia 1 de Fevereiro, ao meio dia solar e 3 horas depois. Determine as horas do nascer e do pôr do sol no mesmo local. Latitude: $38°01'(= 38{,}01°)$ N, longitude $7°52'(= 7{,}87°)$ W.

Resolução

Para 1 de Fevereiro, tem-se $n = 1 + 31 = 32$. Da equação (1), resulta:

$$\sin\delta_s \cong \sin 23{,}45° \sin[360(284+32)/365]°,$$

donde se tira para a declinação solar $\delta_s = -17{,}3°$.

Ao meio-dia solar é $h_s = 0$, e, pela equação (4), tem-se

$$\sin\alpha = \sin 38{,}01°\sin(-17{,}3°) + \cos 38{,}01°\cos(-17{,}3°)\cos 0,$$

donde resulta $\alpha = 34{,}7°$. Para que seja $h_s = 0$, da equação (5) e da própria definição de ângulo de azimute solar, resulta $a_s = 0$.

Três horas depois do meio-dia solar, tem-se $h_s = 0 + 3\times 15 = 45°$ (pois a uma hora corresponde $360°/24 = 15°$). Pela equação (4), tem-se

$$\sin\alpha = \sin 38{,}01°\sin(-17{,}3°) + \cos 38{,}01°\cos(-17{,}3°)\cos 45° \text{ e } \alpha = 20{,}4°.$$

Para determinar a hora legal correspondente ao meio-dia solar em Beja no dia 1 de Fevereiro, utilizamos a equação (3): $t_{\text{legal}} = t_s - ET + \dfrac{l}{15}$. Para o cálculo de *ET*, usamos as equações (2):

$$B = 360(32-81)/364 = -48{,}5°,$$

$$ET = (9{,}87\sin(-96{,}9°) - 7{,}53\cos 48{,}5° - 1{,}5\sin(-48{,}5°)/60 = -0{,}23\,\text{h}.$$

Ficamos então, para o meio-dia solar ($t_s = 12$ h), com $t_{\text{legal}} = 12 + 0{,}23 + \dfrac{7{,}87}{15} = 12{,}75$ h (ou 12h45m).

Para a determinação da hora do nascer e do pôr do sol, usamos a equação (4), com $\alpha = -0{,}83°$, e obtemos $\sin(-0{,}83°) = \sin 38{,}01°\sin(-17{,}3°) + \cos 38{,}01°\cos 17{,}3°\cos h_s$, donde se tira $\cos h_s = 0{,}2242$, e $h_{s,\text{pôr}} = 77{,}0°$, $h_{s,\text{nascer}} = -77{,}0°$. As correspondentes horas solares são $t_{s,\text{pôr}} = 12 + 77{,}0/15 = 17{,}13$ h e $t_{s,\text{nascer}} = 12 - 77{,}0/15 = 6{,}87$ h, e as correspondentes horas legais são $t_{\text{legal,pôr}} = 17{,}13 + 0{,}23 + \dfrac{7{,}87}{15} = 17{,}88$ h (ou 17h53m) e $t_{\text{legal,nascer}} = 6{,}87 + 0{,}23 + \dfrac{7{,}87}{15} = 7{,}62$ h (ou 7h37m).

Exercício 2

Considere uma casa na cidade do Porto ($41°09'$N, $8°37'$W) com uma janela virada a sul. A altura da janela é $a = 2{,}5$ m. O telhado tem a aba a uma altura $b = 1{,}5$ m acima do topo da janela, e está saliente da fachada duma distância $c = 1{,}5$ m.

Determine os períodos do ano em que:

a) A janela está totalmente à sombra ao meio dia solar.

b) A janela está totalmente ao sol ao meio dia solar.

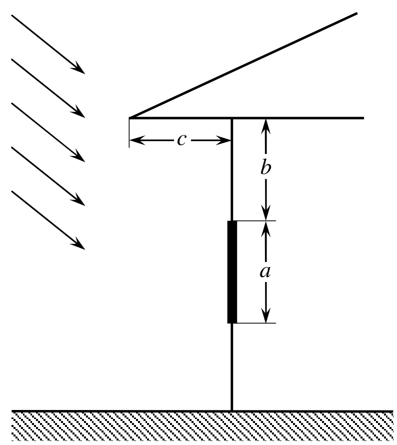


Figura 3

Diagrama da trajectória do Sol

A projecção do percurso do Sol no plano horizontal é designado por **diagrama da trajectória solar**. Este diagrama é útil para determinar a sombra associado a colectores solares, janelas, coberturas, etc. Vimos atrás que os dois ângulos que determinam a posição solar num dado local e num dado instante, (**ângulo de altitude solar** α e **ângulo de azimute solar** a_s) dependem de três variáveis: o **ângulo horário solar** h_s, a **declinação solar** δ_s e a **latitude** *L*. Como num diagrama bidimensional apenas é

possível representar duas destas três variáveis, é habitual produzir diagramas para diferentes valores da latitude, em cada um dos quais é possível entrar com valores da declinação solar (ao longo do ano) e do ângulo horário solar (ao longo do dia).

Num diagrama da trajectória solar deste tipo, o ponto de intersecção da curva de δ_s e da curva de h_s define a posição instantânea do sol pelas suas duas coordenadas α e a_s. O ângulo de altitude solar α é dado pelos círculos concêntricos, e o ângulo de azimute solar a_s pode ser lido na periferia do diagrama.

Nas figuras 4a, b, c, d, e, f, apresentam-se diagramas da trajectória solar para as latitudes de 25, 30, 35, 40, 45 e 50º.

Exercício 3

Utilize o diagrama da trajectória solar para verificar os resultados do exercício 2.

Projecção do ângulo de sombra

O método da projecção do ângulo de sombra (*shadow-angle protractor*) é usada em cálculos de sombra e consiste numa representação do ângulo de altitude solar, projectado num dado plano, em função do ângulo de azimute solar.

A projecção do ângulo de altitude solar é o chamado **ângulo de perfil** γ. É definido como sendo o ângulo entre a normal ao plano considerado e um plano vertical perpendicular ao mesmo plano (Fig. 5). Tem-se

$$\tan\gamma = \frac{\tan\alpha}{\cos a}, \tag{7}$$

em que α é (como antes) o ângulo de altitude solar, e a é o ângulo de azimute solar em relação à normal à parede (em vez de em relação à direcção Norte-Sul).

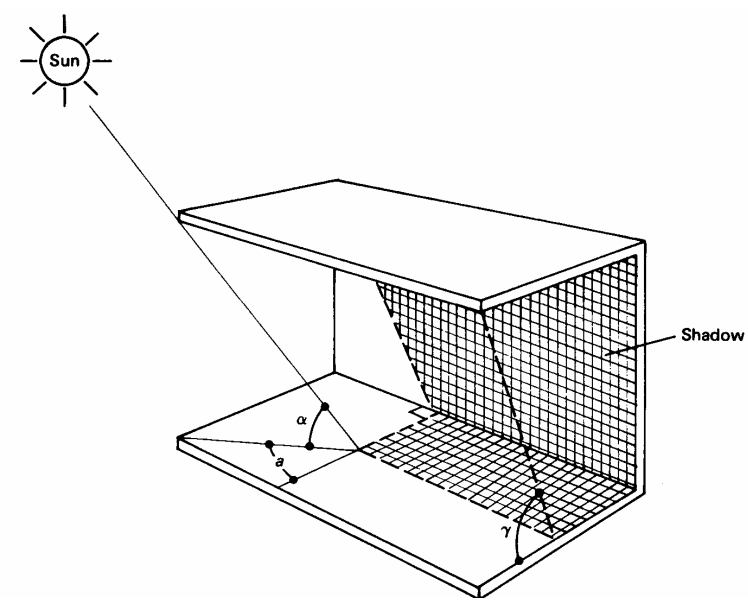
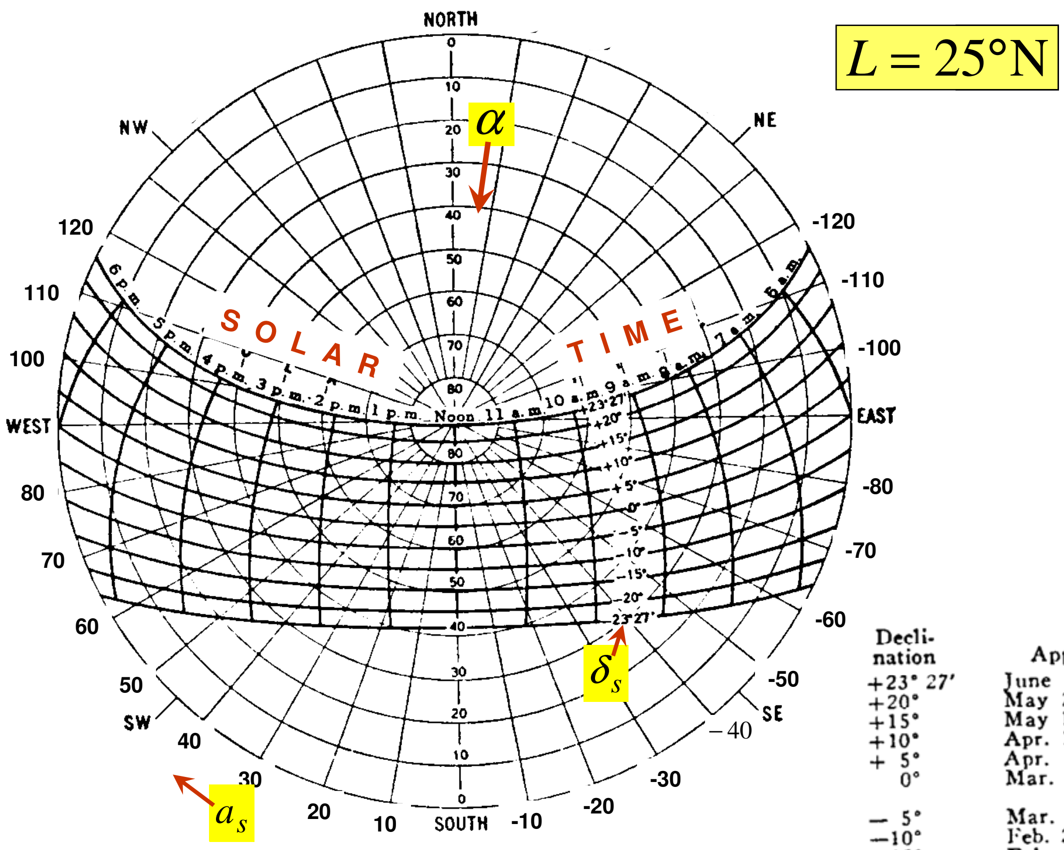


Figura 5. Ângulo de perfil



Declination	Approx. dates
+23° 27′	June 22
+20°	May 21, July 24
+15°	May 1, Aug. 12
+10°	Apr. 16, Aug. 28
+ 5°	Apr. 3, Sept. 10
0°	Mar. 21, Sept. 23
− 5°	Mar. 8, Oct. 6
−10°	Feb. 23, Oct. 20
−15°	Feb. 9, Nov. 3
−20°	Jan. 21, Nov. 22
−23° 27′	Dec. 22

Figura 4a. Diagrama da trajectória solar para $L = 25°$.

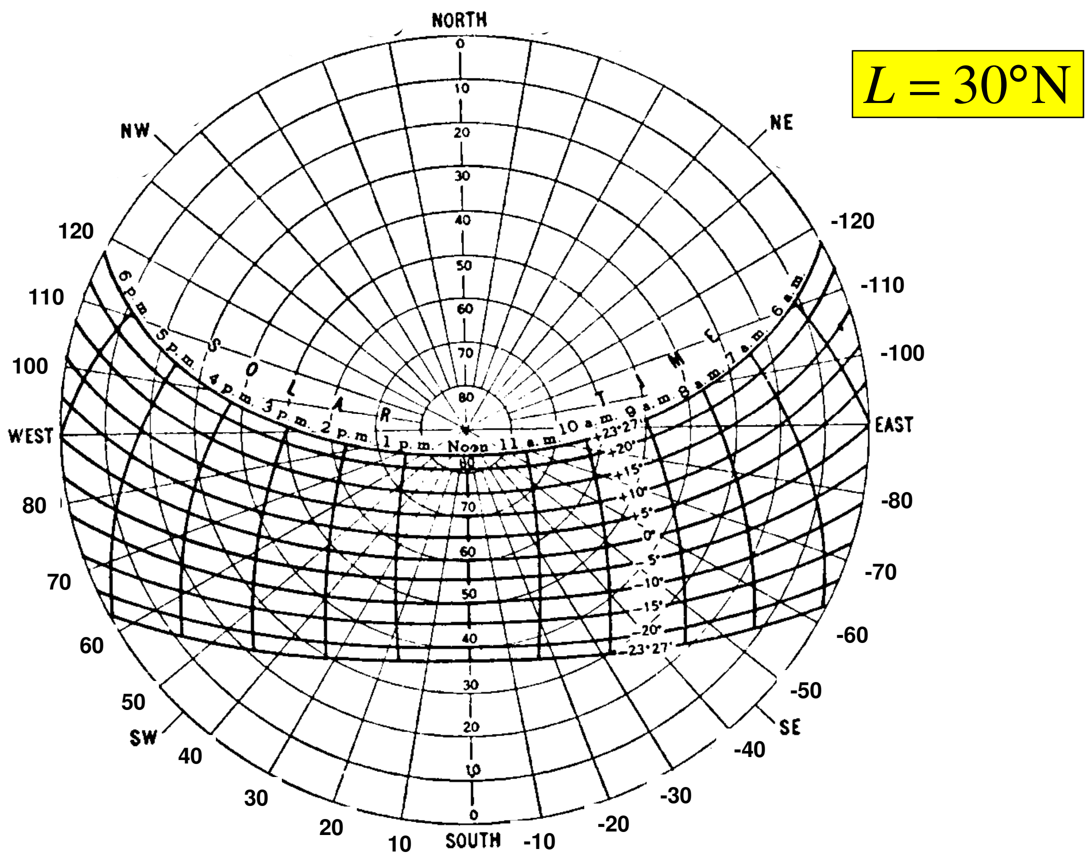


Figura 4b. Diagrama da trajectória solar para $L = 30°$.

$L = 35°\text{N}$

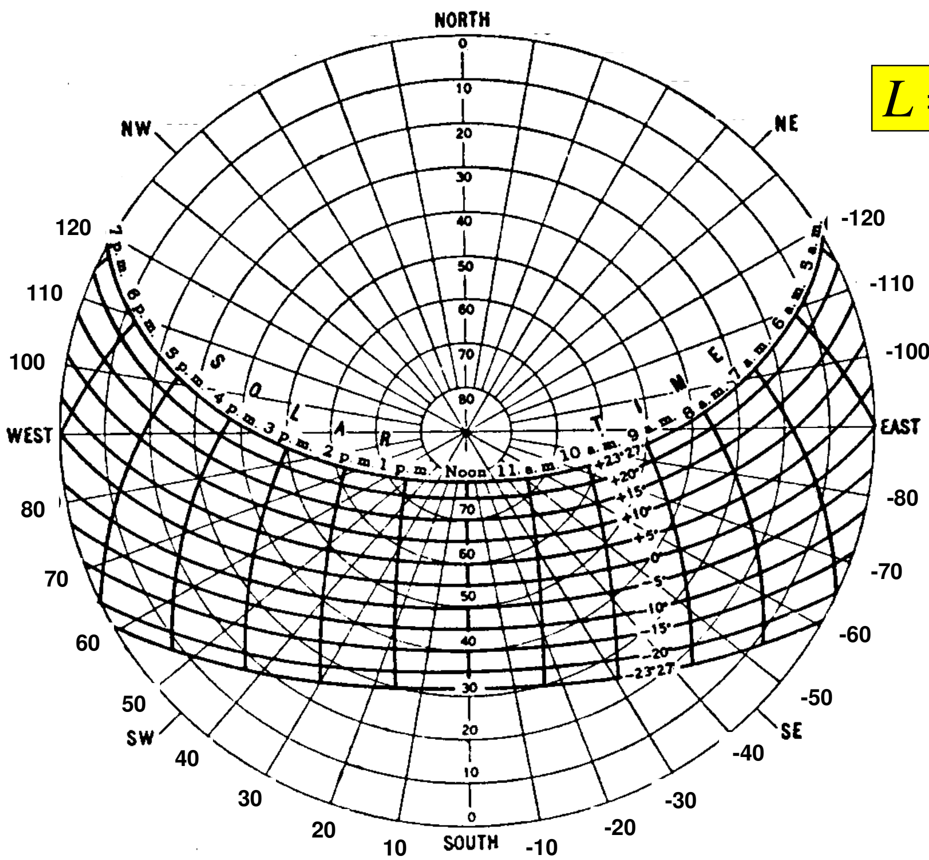


Figura 4c. Diagrama da trajectória solar para $L = 35°$.

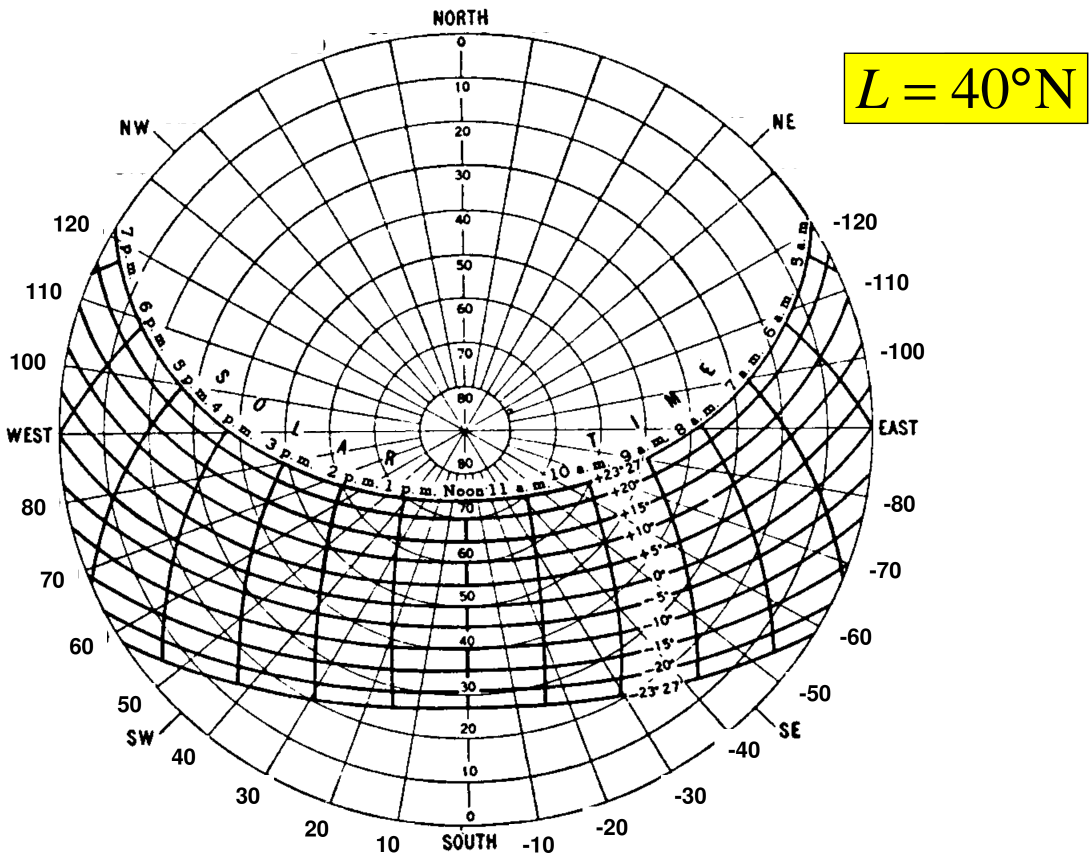


Figura 4d. Diagrama da trajectória solar para $L = 40°$.

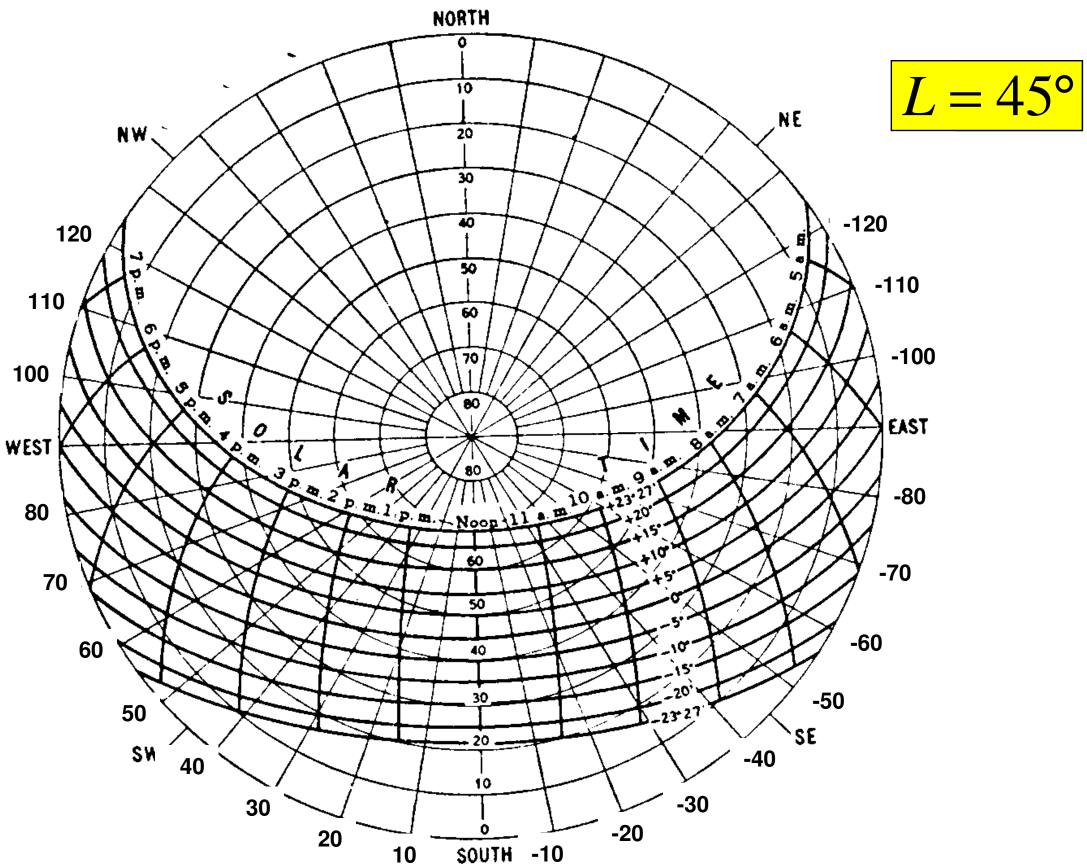


Figura 4e. Diagrama da trajectória solar para $L = 45°$.

$L = 50°$

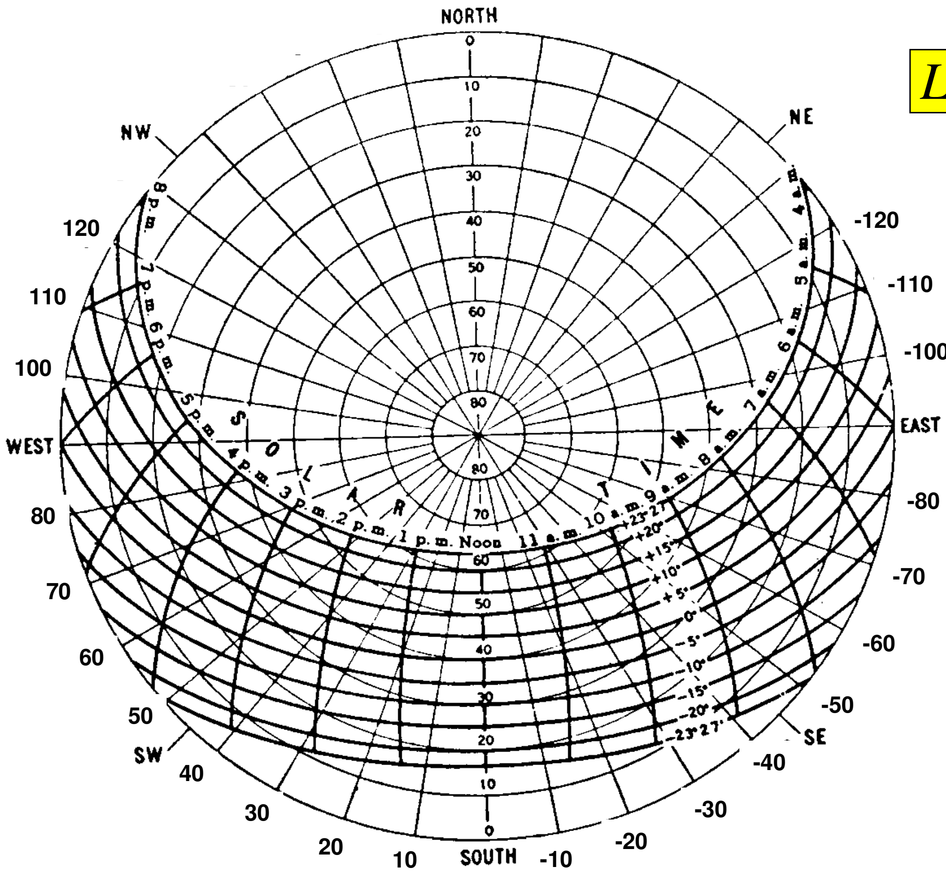


Figura 4f. Diagrama da trajectória solar para $L = 50°$.

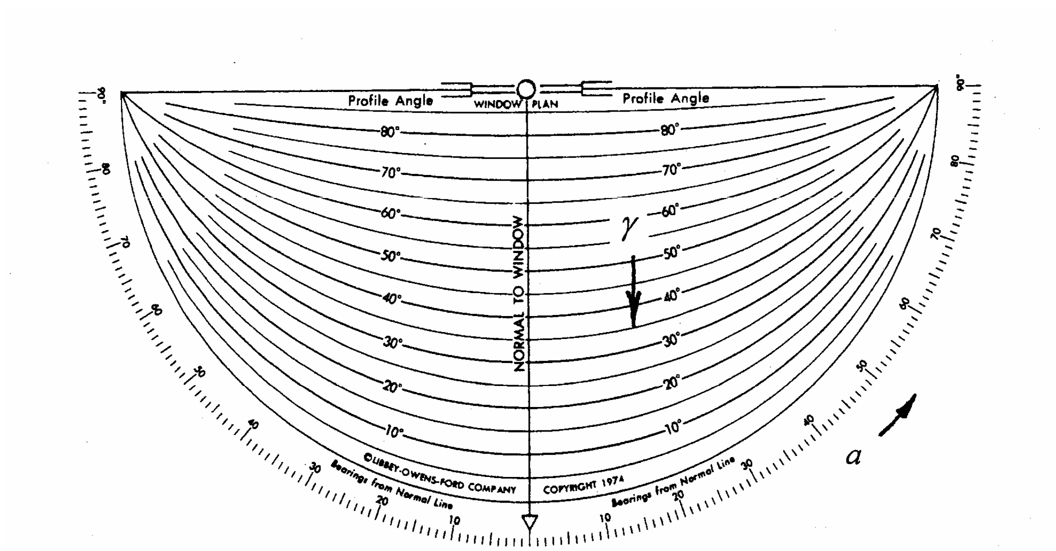


Figura 4g. Diagrama de projecção do ângulo de sombra.

A Figura 4g representa o diagrama de projecção do ângulo de sombra. Cada ponto do semi-círculo é definido pelo valor de a (ângulo de azimute solar em relação à normal à parede, com escala marcada, em graus, na periferia do círculo) e pelo valor do ângulo de perfil (referente às várias curvas 0 a 90º). A utilização deste diagrama, conjuntamente com um dos diagramas das figuras 4a, b, c, é ilustrada no exercício seguinte.

Exercício 4

Projecta-se construir um "edifício solar" em Coimbra (latitude $L = 40°12'$ N, $l = 8°25'$ W) com um colector solar virado a sul. O edifício ficará situado a Norte-Noroeste dum outro edifício mais alto (Fig. 6).

Elabore um mapa de sombra, mostrando em que meses do ano e em que horas do dia o ponto C do "edifício solar" ficará à sombra.

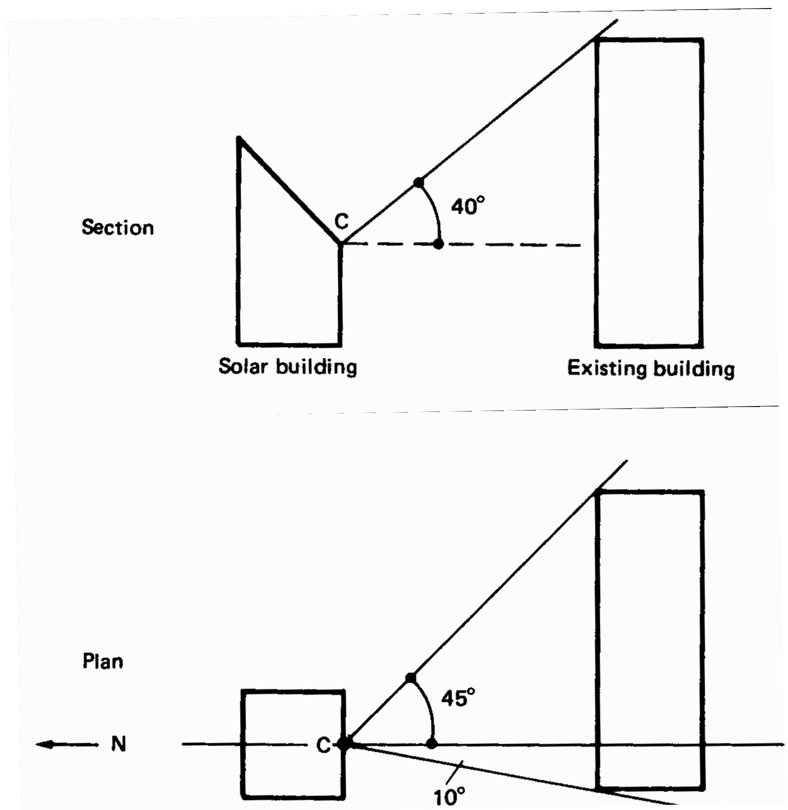


Figura 6

Para haver sombra no ponto C, o valor limite do ângulo de perfil é $\gamma = 40°$ e os valores limites do ângulo de azimute solar a (em relação à normal à fachada do edifício alto) são $-10°$ e $+45°$. Podemos então definir uma área (sombreada) no diagrama de projecção do ângulo de sombra (Fig. 4d), limitada pela linha $\gamma = 40°$ e pelas linhas $a = +10°$ e $a = -45°$. (Note-se que, como a fachada do edifício alto está virada a norte, o ângulo a coincide com o ângulo de azimute solar a_s.) Esta área está marcada no diagrama da Fig. 7a. Temos agora que sobrepor este diagrama ao diagrama da Figura 4c (para $L = 40° \cong 40°12'$), tal como está representado na Fig. 7b. Os limites da área

sombreada permitem definir, para cada valor de δ_s (ou ao correspondente dia do ano), a hora solar t_s a que se inicia ou termina a sombra do edifício alto sobre o ponto C. Obtém-se a tabela anexa.

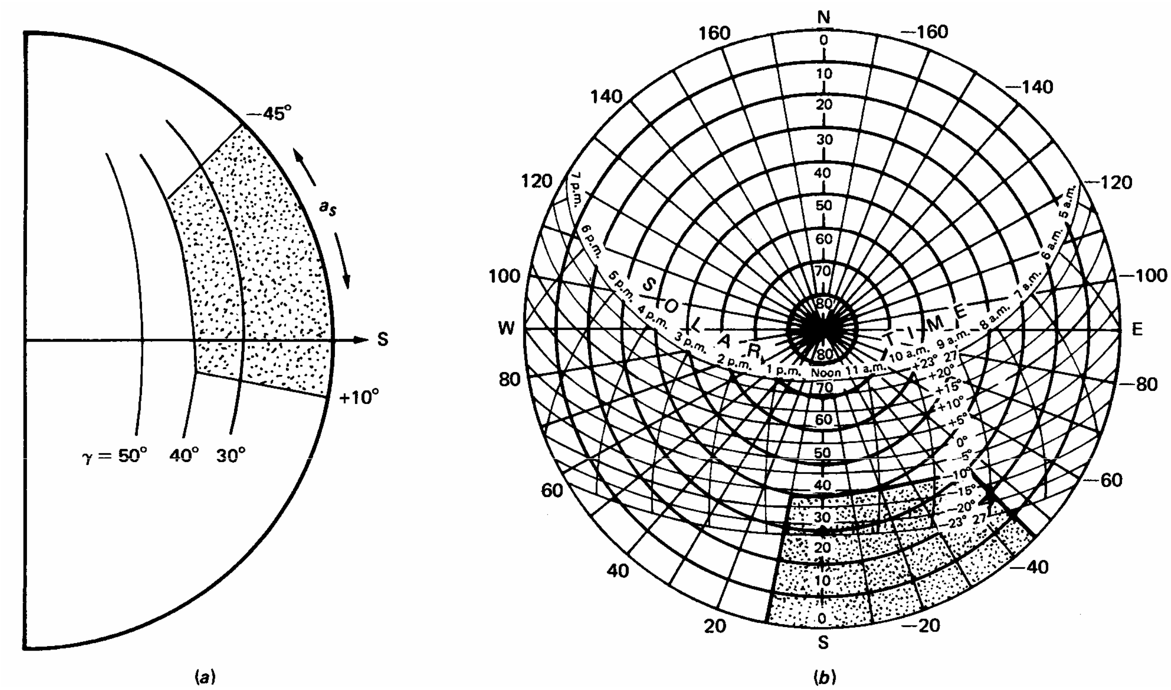


Figura 7. Diagramas de sombra para o exercício 4. (a) Diagrama de projecção do ângulo de sombra. (b) Sobreposição deste diagrama e o diagrama da trajectória solar.

Declinação solar δ_s	Data	Hora solar
$-23{,}45°$	22 Dezembro	8h45m-12h40m
$-20°$	22 Novembro, 21 Janeiro	8h55m-12h35m
$-15°$	3 Novembro, 9 de Fevereiro	9h10m-12h30m

A partir de $\delta_s \cong -10°$ (entre 23 de Fevereiro e 20 de Outubro) não há sombra sobre C durante o dia.

Para se obter a hora legal (nos relógios) há que aplicar a equação (3).

Note-se que, se a normal à fachada do edifício alto não coincidisse com a direcção Norte-Sul, não haveria coincidência entre a e a_s. Neste caso, ao sobreporem-se os diagramas da Fig. 7, teria que haver uma rotação igual à diferença $a - a_s$ (ou seja o ângulo entre a normal à fachada e a direcção Norte-Sul).

Incidência não normal da radiação solar sobre uma superfície ou painel

A intensidade da radiação solar exprime-se em geral pelo fluxo de energia (energia por unidade de tempo) I_N incidente sobre uma superfície plana (ou um painel) perpendicular aos raios solares com área unitária. As unidades no Sistema SI são

W/m^2. **Se a incidência não for normal**, define-se o ângulo de incidência i como sendo o ângulo entre os raios solares e a normal à superfície (ou ao painel) (Fig. 8).

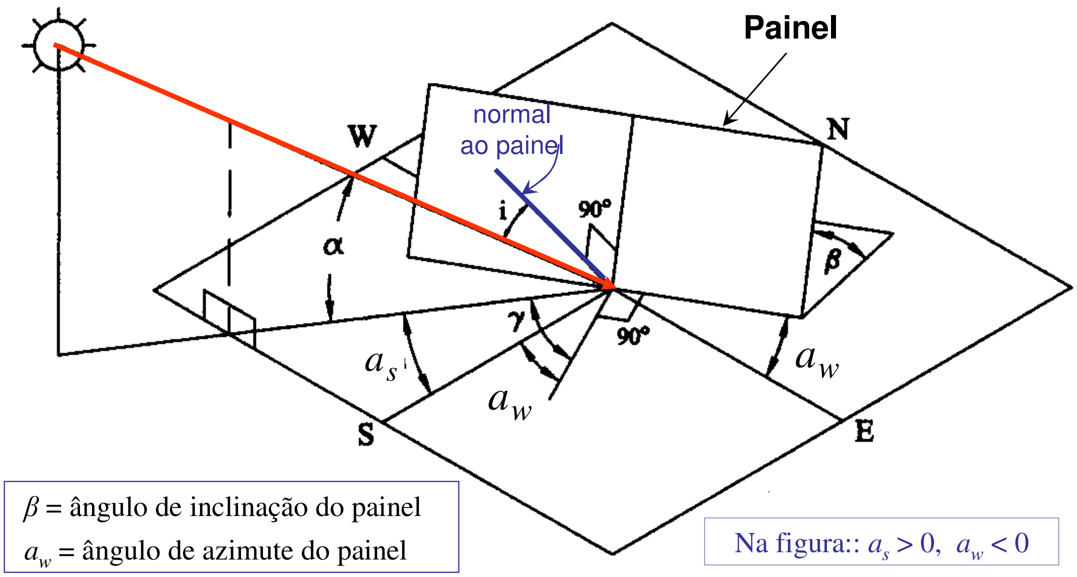


Fig. 8 – Definição de ângulos para a incidência da radiação solar sobre um painel inclinado.

No caso de incidência não normal ($i \neq 0$), o fluxo de energia recebido pela superfície (ou pelo painel), por unidade de área, é

$$I_c = I_N \cos i \,. \tag{8}$$

O ângulo de incidência i pode ser relacionado com o ângulo de altitude solar α, com o ângulo de azimute solar a_s, e com os dois ângulos que definem a orientação do painel: o ângulo β de inclinação do painel (em relação ao plano horizontal) e o ângulo de azimute do painel a_w (formado pela direcção Sul-Norte com a projecção no plano horizontal da normal ao painel; ao convenção se sinal para a_w é a mesma que para a_s). Essa relação é

$$\cos i = \cos\alpha \cos(a_s - a_w) \sin\beta + \sin\alpha \cos\beta \,. \tag{9}$$

No caso de incidência normal, é $a_s = a_w$, $\alpha = 90° - \beta$ e $i = 0$. Se o painel for horizontal, fica $\beta = 0$ e $i = 90° - \alpha$.

Este texto é baseado em:

D. Yogi Goswami, Frank Kreith, Jan F. Kreider, *Principles of Solar Engineering*, 2nd edition, Taylor & Francis, 2000 (ISBN 1560327146).

Exercício 5

Considere um **painel solar plano** na cidade de Beja (latitude 38,01°N, longitude 7,87°W). Nas seguintes questões, as horas entendem-se como **horas solares** (não horas legais ou do relógio).

a) Considere primeiro que o painel está **fixo, virado a Sul**, e a sua superfície plana forma um ângulo θ com o plano horizontal.

a$_1$) Determine o valor de θ, tal que, **ao meio-dia solar**, os raios solares no dia mais longo do ano (solstício de verão) fazem com o painel um ângulo igual ao que formam com o painel os raios solares no dia mais curto do ano (solstício de inverno).

a$_2$) Considere que o ângulo θ é o pedido na alínea a$_1$. Nessa condições em que dia ou dias do ano, e a que horas, é que os raios solares incidem perpendicularmente ao painel?

b) Suponha agora que o painel **é orientável**, podendo rodar em torno de dois eixos: em torno dum eixo horizontal (posição definida pelo ângulo θ, sendo $\theta = 0$ se o painel estiver horizontal), e em torno dum eixo vertical (posição definida por um ângulo β, com $\beta = 0$ quando o painel está virado a Sul). Determine a gama de valores de θ e de β que o mecanismo de regulação do painel deve assegurar de modo a manter o painel permanentemente perpendicular aos raios solares ao longo de todo o ano, entre as 8 horas solares e as 16 horas solares de cada dia.

Exercício 6

Considere uma janela numa casa na cidade de Évora (38,57°N, 7,90°W). A altura da janela é $a = 2{,}5\,\text{m}$ O telhado tem uma aba a uma altura *b* acima do topo da janela, e está saliente da fachada duma distância *c* (ver figura 3, na página 5 do texto de apoio).

a) Considere primeiro que <u>a fachada está virada a Sul</u>. Determine os valores de *b* e *c*, de modo que se verifiquem cumulativamente as seguintes condições:

- no dia mais longo do ano (solstício do Verão), <u>ao meio dia solar</u>, a sombra cubra a fachada desde o telhado até ao bordo inferior da janela.
- no dia mais curto do ano (solstício de Inverno), <u>ao meio dia solar</u>, a sombra cubra a fachada desde o telhado até ao bordo superior da janela (admitindo céu limpo nesses dias...).

b) Admita agora que $b = c = 1{,}5\,\text{m}$, e que <u>a fachada está virada exactamente a SW</u> (e não a Sul). Indique se a janela está totalmente ao sol, parcialmente ao sol ou totalmente à sombra nos equinócios da Primavera e do Outono às <u>13 horas solares</u> (supondo céu limpo nesses dias). Admita que a fachada e o telhado são extensos para ambos os lados da janela.

Exercício 7

Consider a tall slender vertical structure (for example an industrial chimney), 100m tall (small dimensions of horizontal cross-section).

a) Assume that the structure is located in **Istanbul**, Turkey (41.02°N, 28.57°E). Determine the **length** and **orientation** (with respect to the South-North direction) of the **shade** (on an assumedly sunny day) produced by the structure on the horizontal ground:

- on the longest day of the year (summer solstice), at 12h00 solar time;
- on the shortest day of the year (winter solstice), at 12h00 solar time;

- on the spring equinox, at 15h00 solar time.

c) Assume now that the structure is located in **Bombay**, India (18.56°N, 72.51°E). On which day or days of the year would the structure produce no shade on the ground (assuming a sunny day)?

Exercício 8

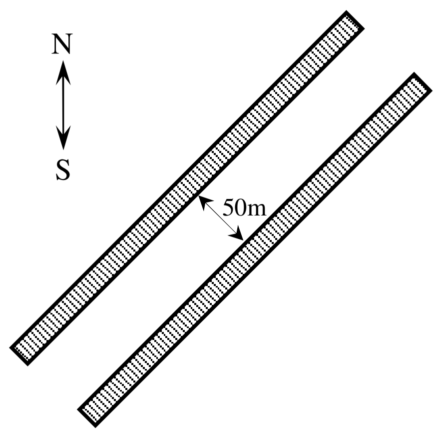
Considere uma rua de Lisboa cujo eixo faz um ângulo de 45 com a direcção Sul-Norte (ver figura). Projecta-se construir edifícios muito longos (com fachadas verticais) em ambos os lados da rua, sendo a largura da rua (entre fachadas de edifícios) L = 50 m. Nas questões seguintes, admite-se que se trata de dias com céu sem nuvens. Coordenadas de Lisboa: 38,44ºN, 9,08ºW.

a) Determine o ângulo de altitude solar no dia 1 de Agosto às 12h00 solares.

b) Calcule a largura da faixa de sombra produzida na rua no dia 1 de Agosto às 12h00 solares, se altura dos edifícios fosse H = 25 m.

c) Determine a hora (hora solar) do dia 1 de Agosto à qual os edifícios não projectam qualquer sombra sobre a rua.

d) Determine a altura máxima H dos edifícios (todos têm a mesma altura) para que, no dia do equinócio da Primavera, os edifícios não produzam sombra sobre os edifícios do lado oposto da rua, entre as 9h00 e as 15h00 solares.



Exercício 9

Consider a solar energy system with concentration, which has a sun-tracking mechanism capable of providing rotation about two axes (a horizontal axis and a vertical axis).

The angular coordinate for the motion about the horizontal axis is θ, with $\theta = 0$ when pointing in the horizontal direction and $\theta = 90°$ when pointing in the vertical direction.

The angular coordinate for the motion about the vertical axis is ϕ, with $\phi = 0$ when pointing in the direction of south.

Determine the required range of values of θ and of ϕ if the system is to be able to point in the direction of the solar rays all the time on any day of the year, between 8h00 and 16h00 (solar time). (This means that it should be $\theta = \alpha =$ solar altitude angle, and $\phi = a_s =$ solar azimuth angle.)

Location:

a) Milano, Italy $45{,}47°\,N$, $9{,}20°\,E$.

b) Caracas, Venezuela, $10{,}58°\,N$, $66{,}93°\,W$.

Exercício 10

Consider a **plane solar collector** (thermal or photovoltaic) in Nicosia, Cyprus (latitude 35,15ºN, longitude 33,35ºE).

The plane of the collector makes an angle of 30º with the horizontal plane (i.e. the normal to the collector makes an angle of 60º with the horizontal plane).

The projection, on the horizontal plane, of the normal to the collector makes an angle θ with the south-north direction.

The angle of incidence is the angle between the sunrays and the normal to the collector surface.

a) Consider the case when $\theta = 0$ (i.e. the collector faces south). On which day (or days) of the year and at which time of the day (solar time) are the sun rays perpendicular to the collector surface (zero angle or incidence)?

b) Consider the case when $\theta = 40°$ (i.e. the collector faces a direction between south and west). On which day (or days) of the year and at which time of the day (solar time) are the sun rays perpendicular to the collector surface (zero angle of incidence)?

c) Consider the case when $\theta = 0$ (i.e. the collector faces south). During which part of the year (which days) is the angle of incidence of sun rays always larger than 20º, from sunrise to sunset?

Exercício 11

Consider two buildings (1 and 2) as shown, in plan representation, in the figure. They are located in Iraklion, Crete, Greece (latitude 35,33º N, longitude 25,13º E).

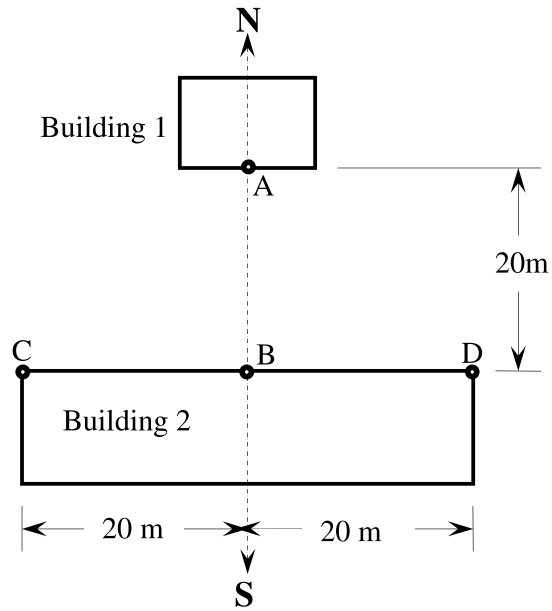
A solar collector is located at point A on the roof of building 1. Points B, C, D are on the roof of building 2. The roof of building 1 is at level 10m, and the roof of building 2 is at level 30m.

a) On which day (or days) of the year, and at which time (solar time) does point B produce shade on the collector (point A) (i.e. when points A and B are aligned with sun rays)?

b) On which day (or days) of the year, and at which time (solar time) does point C produce shade on the collector (point A) (i.e. when points A and C are aligned with sun rays)?

c) On which day (or days) of the year, and at which time (solar time) does point D produce shade on the collector (point A) (i.e. when points A and D are aligned with sun rays)?

d) Determine the part of the year (the days of the year) when building 2 does not produce any shade on the solar collector (point A), from sunrise to sunset.


N
Building 1
A
20m
C
B
D
Building 2
20 m
20 m
S